



그리스 수학

추축시대의 수학
그리스 수학



추축시대의 문화

추축시대

추축시대 (BC8세기 - BC3세기) : 야스퍼스
(K. Jaspers, 1883-1969)의 분류

2세대 종교의 이론화 : 주술의 시대에서 보편화,
합리화의 시작과 자신의 발견의 시대.

차축시대(車軸時代, 혹은 축의 시대: Axial age,
Achsenzeit). BC 800-200년 사이를 일컬음.
동서양의 위대한 철학과 종교들이 등장

희랍(그리스) 지역

- ❁ 인물: 탈레스, 피타고라스, 소크라테스, 플라톤, 아리스토텔레스, 에우독소스
- ❁ 사상 : 이론과 합리성의 발견
- ❁ 강령 : 이데아 (로고스 논리)
- ❁ 목적 : 관조적 인식
- ❁ 방법 : 이론
- ❁ 수학에의 영향 : 유클리드 기하학

인도 지역

- ❁ 인물: 아지타, 니간타, 푸라나, 산자야, 막칼리, 파쿠타, 부다
- ❁ 사상 : 인도철학과 불교사상
- 우파니샤드, 자이나교
- ❁ 강령 : 열반 (달마 공)
- ❁ 목적 : 명상적 해탈
- ❁ 방법 : 사변적
- ❁ 수학에의 영향 : 0의 발견

중국 지역

- ❁ 인물 : 공자, 노자, 장자, 맹자, 순자, 묵자, 한비자 등 제자 백가.
- ❁ 사상 : 도 윤리 음양관 등의 사상
- ❁ 강령 : 도
- ❁ 목적 : 윤리적 실천
- ❁ 방법 : 주관
- ❁ 수학에의 영향 : 음양에 관한 방정식, 좌표 개념

히브리 지역

- ❁ 인물 : 이사야, 예레미야, 에제키엘(에스겔), 호세아, 아모스, 스가리아
- ❁ 사상 : 신과의 계약
- ❁ 강령 : 율법
- ❁ 목적 : 종교적 구원
- ❁ 방법 : 묵시
- ❁ 수학에의 영향 : 무한론에 자극

한국의 문화

추축시대 전후

- ❁ 인물 : 단군, 기자, 광개토대왕, 진흥왕, 최치원
- ❁ 사상: 홍익인간 (弘益人間)
- ❁ 강령: 효 (孝)
- ❁ 목적: 삶(현실)
- ❁ 방법: 예(禮)
- ❁ 수학에의 영향: 철저한 현실위주의 계산(에누리 덤)

추축시대의 수학적 대상

- ❁ 이데아(Idea)적인 점, 음인 수, 영(0), 무한 등의 존재(?)와 현실적 계산이 수학의 대상으로 연구됨
- ❁ 플라톤이 “국가”에서 말했듯이 수학은 모든 국가 지도자와 철학자를 교육하는데 필수과목이었다. 플라톤 학교(아카데미아) 입구에
기하학을 모르는 자는 이문으로 들어올 수 없다 라고 기록 되어 있었다. -역사상 대학의 최초 입학조건
- ❁ 플라톤은 216이 3,4,5의 세제곱의 합이라고 완전수 6의 세제곱으로 좋아하였다.

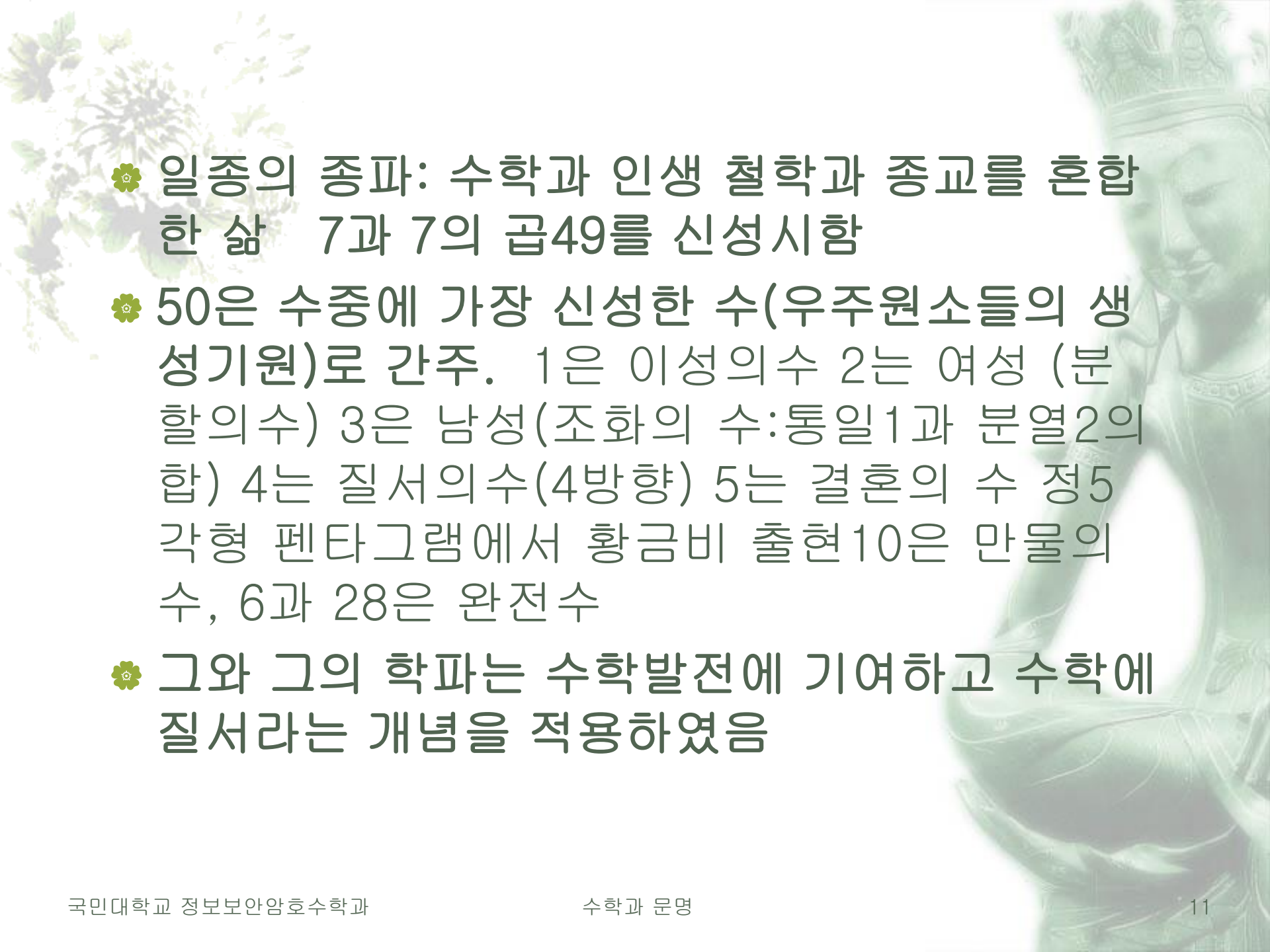
그리스 수학

추상수학의 등장 기원전 6세기

- ❁ 탈레스(Thales) : 수학적 증명의 시작 (기하학)
 - 너 자신을 알라
 - 원은 지름에 의하여 2등분된다.
 - 맞꼭지각은 같다.
 - 닮은 삼각형은 변들이 비례한다.
- ❁ 탈레스(기원전600년경)부터 아폴로니우스(기원전200년경)약 400년간 그리스인들은 기하학이론의 모든 핵심을 완성했다.

피타고라스(Pythagoras BC 570-500)

- ❁ 탈레스의 제자
- ❁ 수학적 증명신봉, 수(유리수)는 만물의 근원 : 수를 고유하게 존재하는 추상적 실체로 파악한 초기 인물들 중 한 사람.
- ❁ 수학은 현상을 지배하는 법칙을 표현하는 수단이다 - 아인슈타인의 생각과 같다.
- ❁ 학교창설: 산술(arithmetics), 음악(harmonia), 기하학(geometria), 천문학(astalogia)연구와 가르침

- 
- ❁ 일종의 종파: 수학과 인생 철학과 종교를 혼합한 삶 7과 7의 곱49를 신성시함
 - ❁ 50은 수중에 가장 신성한 수(우주원소들의 생성기원)로 간주. 1은 이성의수 2는 여성(분할의수) 3은 남성(조화의 수:통일1과 분열2의 합) 4는 질서의수(4방향) 5는 결혼의 수 정5각형 펜타그램에서 황금비 출현 10은 만물의 수, 6과 28은 완전수
 - ❁ 그와 그의 학파는 수학발전에 기여하고 수학에 질서라는 개념을 적용하였음

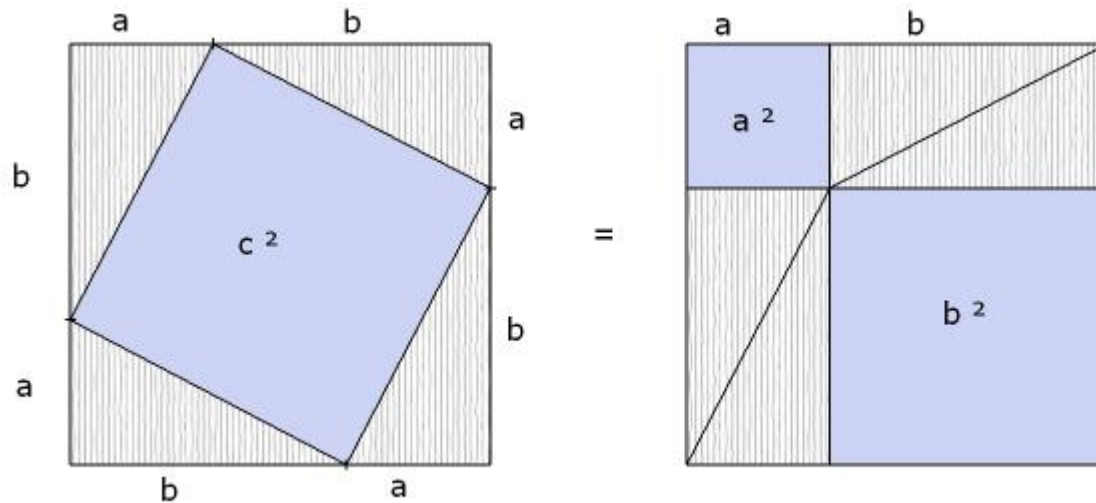
피타고라스 정리의 증명

- ❁ 모든 직각삼각형에 대한 규칙적인 양식의 존재를 관찰
- ❁ 엄밀한 증명(3:4:5의 직각 삼각형의 변의 제곱의 합이50임)
- ❁ 비빌로니아(BC1600년경) 점토판에 피타고라스 수 15쌍이 기록 되어 있음
- ❁ $p, q (q < p)$ 가 자연수이면 $p^2 - q^2, 2pq, p^2 + q^2$ 이 피타고라스 수임을 알고 있었음

피타고라스의 정리의 역설 : 무리수의 발견

- ❁ 피타고라스 학파의 충격: 무리수는 자연수에 지배 받지 않는 수이므로 입에 담지 못할 수(alogos)로 부르고 비밀을 유지하기 위해 발설자(배신자)를 주장하였다고 함. 당시에 소수표현법이 없었으므로 무리수는 자연수로 표현할 수 없었다. 실제로는 자연수로 표현 가능.

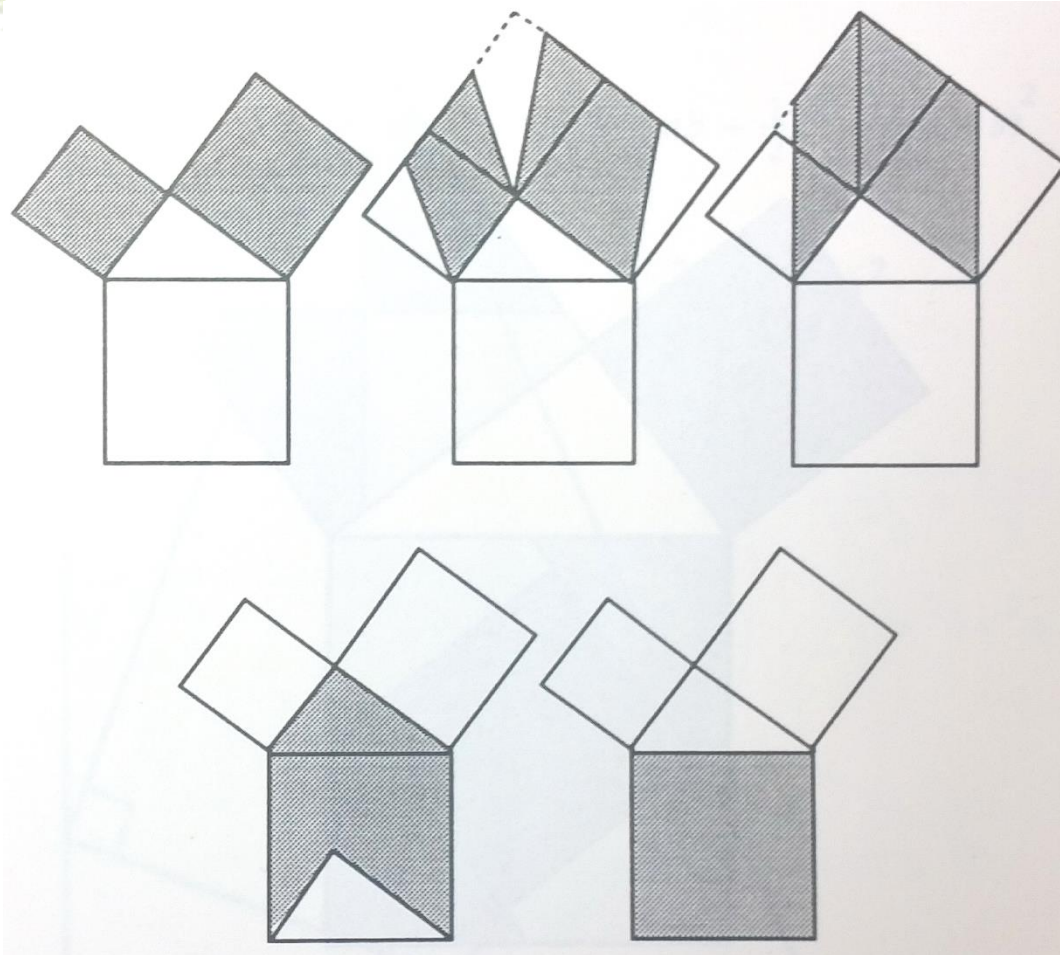
Pythagoras

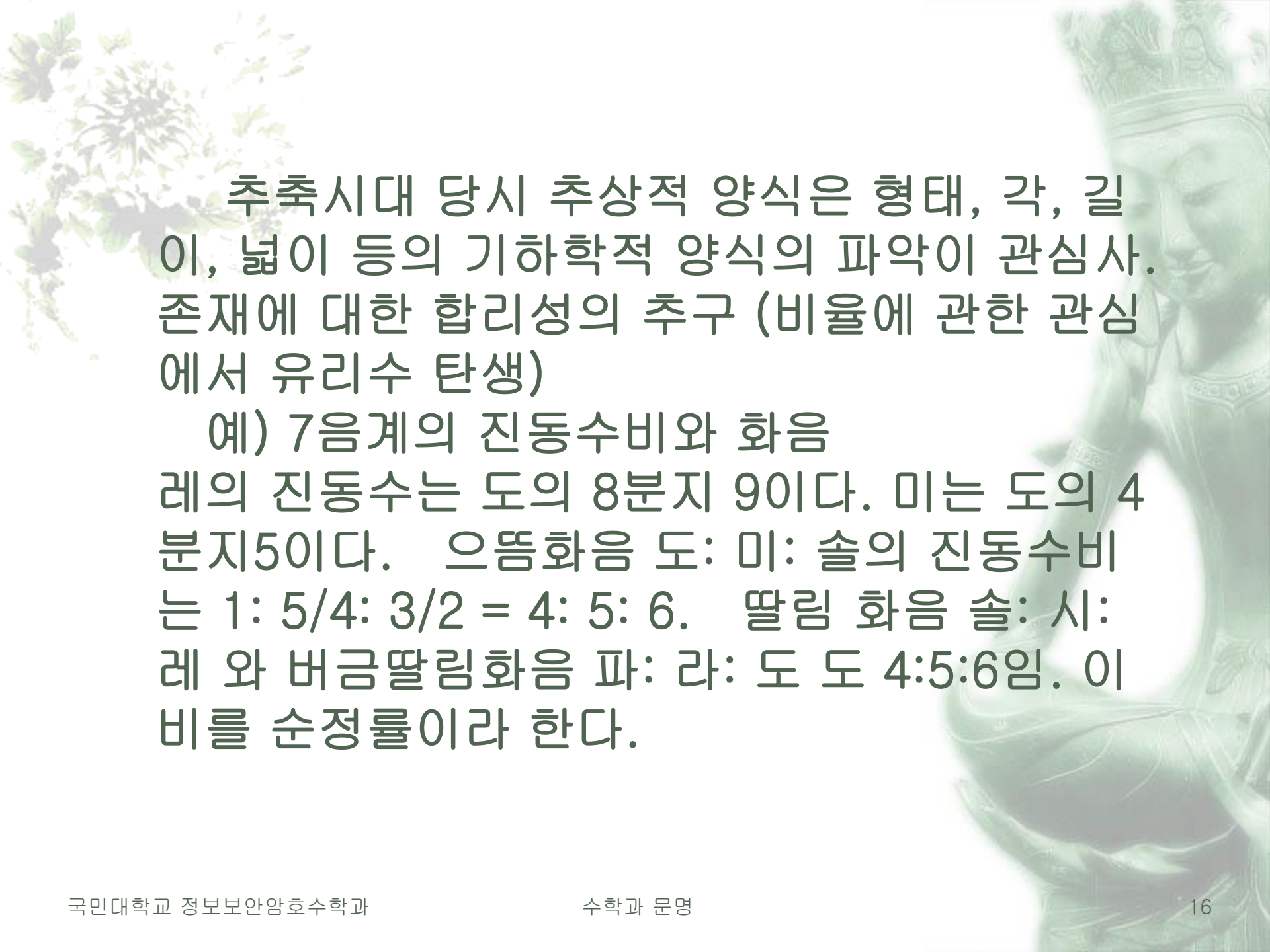


400가지 이상의 증명이 알려져 있음

Pythagoras


118가지 증명





추축시대 당시 추상적 양식은 형태, 각, 길이, 넓이 등의 기하학적 양식의 파악이 관심사. 존재에 대한 합리성의 추구 (비율에 관한 관심에서 유리수 탄생)

예) 7음계의 진동수비와 화음
레의 진동수는 도의 8분지 9이다. 미는 도의 4분지5이다. 으뜸화음 도: 미: 솔의 진동수비는 $1: 5/4: 3/2 = 4: 5: 6$. 딸림 화음 솔: 시: 레와 버금딸림화음 파: 라: 도 도 4:5:6임. 이 비를 순정률이라 한다.



음과 음 사이의 비는 진동수 간격이 일정하지 않다. 즉 도: 레의 비는 $1:1.25$ 이고 레: 미의 비는 $1:1.11$ 이다. 평균율이라는 음계는 음 사이의 비는 $1:1.06$ 으로 일정하나 이런 음계는 화음이 잘 맞지 않는다.

당시 수학자들:

소크라테스 (너 자신을 알라)

플라톤 (아카데미 창설)

아리스토텔레스 (서양 논리학의 출발)

에우독소스 (비율론의 전개)

[참고] 음계별 표준 주파수

(단위 Hz)

옥타브 음계	1	2	3	4	5	6	7	8
C(도)	32.7032	65.4064	130.8128	261.6256	523.2511	1046.502	2093.005	4186.009
C#	34.6478	69.2957	138.5913	277.1826	554.3653	1108.731	2217.461	4434.922
D(레)	36.7081	73.4162	146.8324	293.6648	587.3295	1174.659	2349.318	4698.636
D#	38.8909	77.7817	155.5635	311.1270	622.2540	1244.508	2489.016	4978.032
E(미)	41.2034	82.4069	164.8138	329.6276	659.2551	1318.510	2637.020	5274.041
F(파)	43.6535	87.3071	174.6141	349.2282	698.4565	1396.913	2793.826	5587.652
F#	46.2493	92.4986	184.9972	369.9944	739.9888	1479.978	2959.955	5919.911
G(솔)	48.9994	97.9989	195.9977	391.9954	783.9909	1567.982	3135.963	6271.927
G#	51.9130	103.8262	207.6523	415.3047	830.6094	1661.219	3322.438	6644.875
A(라)	55.0000	110.0000	220.0000	440.0000	880.0000	1760.000	3520.000	7040.000
A#	58.2705	116.5409	233.0819	466.1638	932.3275	1864.655	3729.310	7458.620
B(시)	61.7354	123.4708	246.9417	493.8833	987.7666	1975.533	3951.066	7902.133



❁ 유클리드 (Euclid BC350? – BC300?) : 그리스 기하학(원론)의 집대성자

-원론(Element) : 23개의 정의와 공리 및 465개의 정리로 구성됨. 수학의 체계적인 제시

-기하학에는 왕도가 없다. 유클리드가 이집트 왕 프톨레마이오스 1세에게 한 말

❁ 중국 수학책 주비산경(기원전 500-200 발간된 것으로 추측됨: 피타고라스보다 500년 전 왕조수학책)에 구고현(勾股弦)정리(피타고라스 정리) 증명이 포함되어 있다.

그리스 지성의 발전의 토양

- ❁ 1) 의회제도 ; 합리적 논쟁
 - ❁ 2) 해상무역의 경제구조: 고립화와 편중을 막아줌
 - ❁ 3) 그리스어의 국제화, 세계여행가능성
 - ❁ 4) 개인교사를 채용할 만한 상인 계층존재
 - ❁ 5) 개방적이고 합리적인 사고를 보여주는 작품 일리아드와 오디세이 존재
 - ❁ 6) 사제들에게 좌우되지 않는 문예적 성격의 종교
 - ❁ 7) 위 요인의 1000년간(BC500-AD500) 지속
- % 알렉산드리아의 플라톤 아카데미 책임자 여성수학자 히파티아(Hypatia 370?-415) 대주교 시릴에게 살해됨. 과학과 철학을 이교적으로 취급 - 멸망의 시작

우리나라 길이 부피 무게표준과 음의 표준

❁ 부피 표준

1약 : 기장 1200알 1홉 : 2약

1되 : 10홉 1말 : 10되 1가마 : 5말

❁ 길이 표준

1983년 국제도량형 총회: 빛이 2억9천9백79만2천4백58분의 1초 동안 이동한 거리를 1m로 약속

황종율관

- ❁ 황종율관: (한서 율역지)둘레가 9分(엄밀하게 分의 길이가 정해져야 하지만 관습에 따른다)인 대나무에 1약의 평균크기의 기장을 넣고 그 길이를 9촌으로 한다(음의 표준).
- ❁ 황종의 3분지2를 임종(6촌) 임종의 3분지4를 태주(8촌) 태주의 3분지2를 남려(5.33촌) 남려의 3분지4를 고선(7.06촌)...3분 손익법으로 기본12음을 만들어 냄. 기본 12음과 한 옥타브높은 고음부 4음을 합쳐 총 16음으로 편종(編鐘)이 구성.
- ❁ 음의 구성 진동수 비는 $1:1.067$ 혹은 $1:1.053$ 으로 일정하다. 이 음계에서는 순정률을 따르지 않으므로 화음을 구성하는 방법이 서양의 7음계와는 다르다.

황종척과 무게표준

- ❁ 황종척 : (박연 세종7년) 10寸을 1척(尺)으로 삼고 모든 길이의 기본으로 삼는다(길이의 표준). 1촌의 10분지1을 1分으로 1분의 10분지1을 1리(釐)라 한다. 10척을 1장(丈)으로 정한다.
- ❁ 무게표준 1근: 황종율관에 들어가는 물량을 88분으로 정하고 10분(分)을 1전(錢) 10전이 1량(兩) 16량이 1근(斤)이 된다.

악학궤범

악학궤범 :

- ❁ 대나무로 율관을 만든 이유: 천연의 그릇,
- ❁ 기장으로 율관을 채우는 이유: 천연의 물건
- ❁ 길이, 용량, 성음의 고저, 율관의 무게가 자연에서 얻은 것으로 사람이 참여하지 않은 것이다. (한국인의 자연관)

정리 및 예습

🌸 정리

- 그리스 수학 이해하기
- 계량측도의 발전과 그에 관한 한국인의 의식 구조 이해하기.

🌸 예습

- 수학적 귀납법이 무엇인지 알아오기.
- 바코드의 용도와 구조에 대하여 알아오기